

# CURVA-CHAVE TRAÇADA PELO MÉTODO DE JOHNSON E O AJUSTE POR OTIMIZAÇÃO MATEMÁTICA DE TESTES DE HIPÓTESES



Francisco F. N. Marcuzzo<sup>1</sup>

<sup>1</sup>SGB/CPRM – Serviço Geológico do Brasil – Porto Alegre/RS

## Introdução e Objetivo

A conversão de cotas, anotadas por observador, as 7h00 e as 17h00 e/ou registradas por sensor de nível d'água de cursos d'água naturais, em vazão, pode ser facilitado e melhorado pelo traçado e ajuste da relação cota e descarga líquida com o auxílio de ferramentas de otimização matemática.

O objetivo deste estudo foi traçar a curva-chave da estação fluviométrica Raigão Alto (74424500) pelo método de Johnson com um e dois tramos, e após isso buscar a menor somatória dos desvios médios absolutos com duas diferentes opções de ajuste variando a relação  $h_3$  e  $Q_3$ , sendo uma opção deixar as relações  $h_1$  e  $Q_1$ , e,  $h_2$  e  $Q_2$  fixas, e a outra opção deixá-las variando dentro de um intervalo pré-estabelecido, utilizando a otimização matemática, seja ela por Programação Matemática Não Linear (PMNL) ou por Algoritmo Genético (AG).

## Material e Métodos

Neste estudo utilizou-se a estação FDQ Raigão Alto (74424500), localizada no município de Tunápolis/SC, bem na fronteira do Brasil, no estado de Santa Catarina, com a Argentina, na província de Misiones, no rio Peperi Guaçu. Possui uma área de drenagem de 2.090 km<sup>2</sup>, altitude de 248 m e foi instalada em 07/2000.

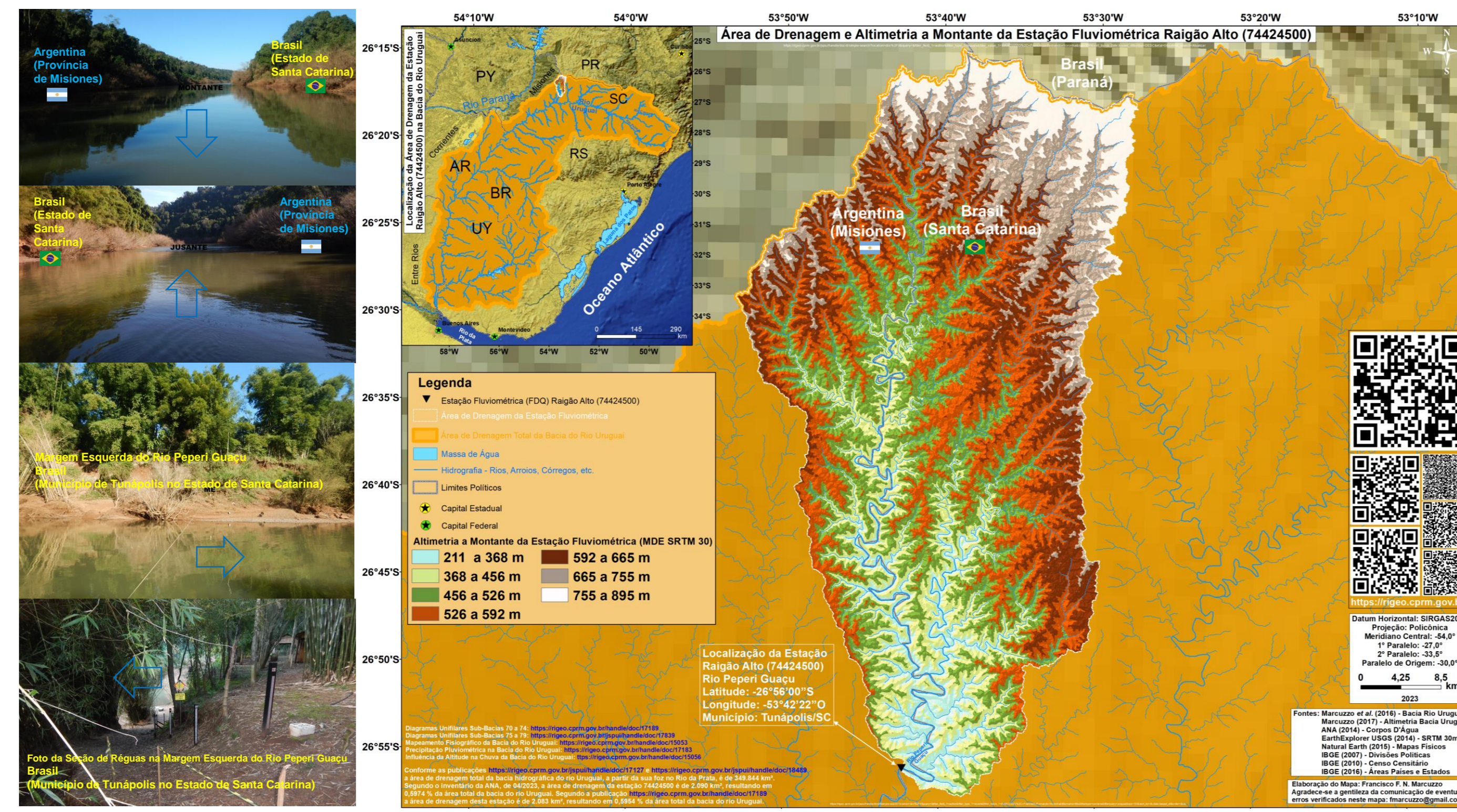


Figura 1. Fotos e localização da estação Raigão Alto (74424500), delimitação da área de drenagem e a sua altimetria a montante.

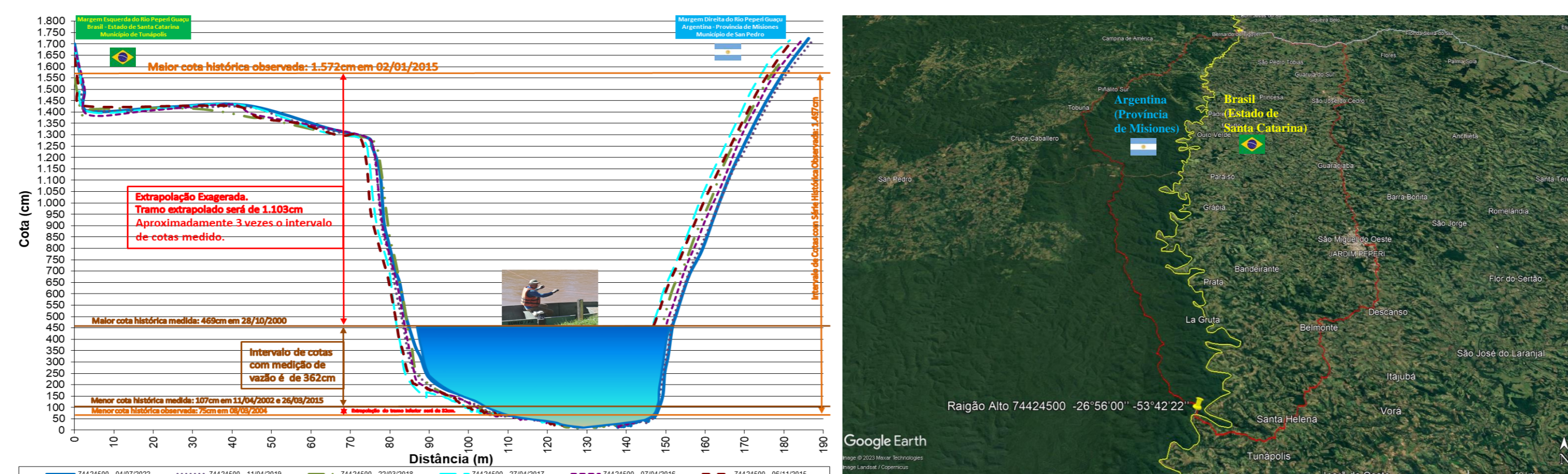


Figura 2. Perfis transversais da seção de réguas de 2015 a 2022 na estação Raigão Alto (74424500) e imagem de satélite da sua área de drenagem.

Equação potencial da curva-chave e a relação entre  $h_3$  e  $Q_3$ , conforme a Figura 3, e as demais variáveis e coeficientes da equação:

$$Q_{calculada} = a(h - h_0)^n$$

$$a = \frac{Q}{(h - h_0)^n} \quad h_0 = \frac{h_1 h_2 - h_3^2}{h_1 + h_2 - 2h_3}$$

$$n = \frac{\log Q_1 - \log Q_2}{\log(h_1 - h_0) - \log(h_2 - h_0)}$$

$$Q_3 = \sqrt{Q_1 Q_2}, \text{ sendo } Q_1 \neq 0$$

## Traçado da curva-chave utilizando o algoritmo de Johnson:

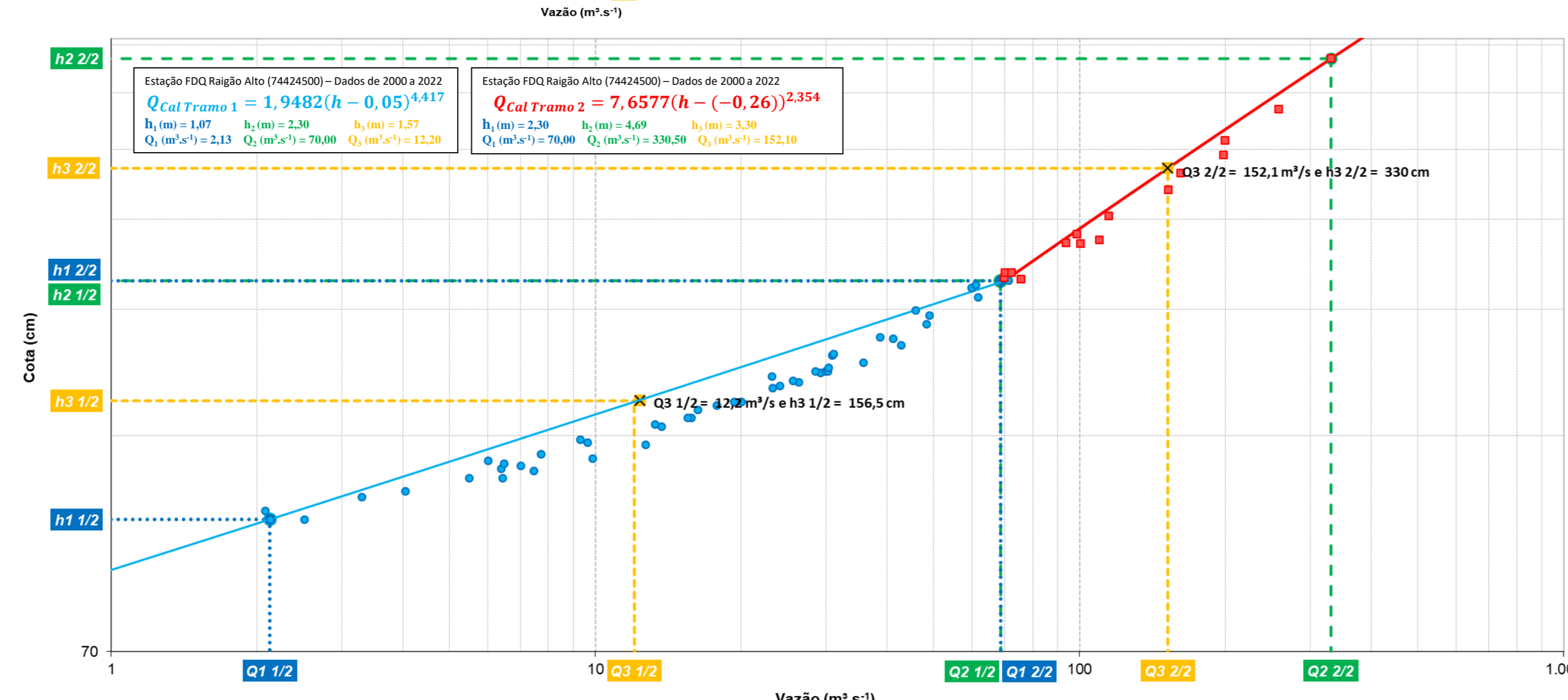
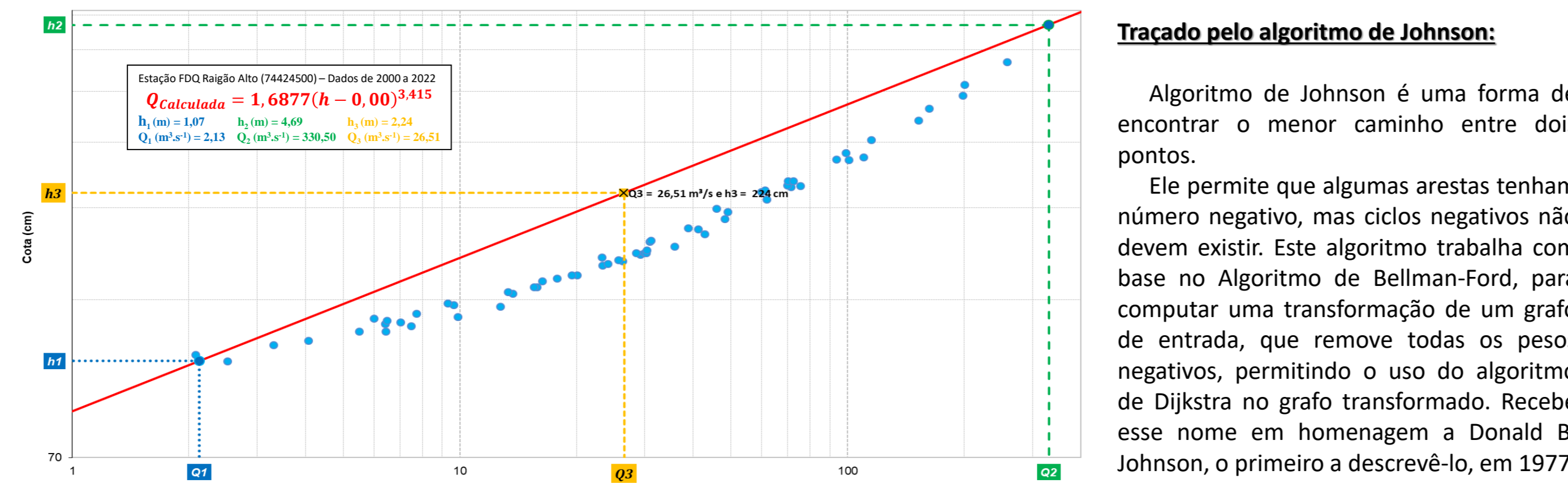


Figura 3. Retas da equação potencial de curva-chave gerada pelo algoritmo de Johnson considerando um tramo único e dois tramos (mudança no LST na Figura 2).

## Resultados e Discussão

Entendimento gráfico das variações numéricas dos coeficientes  $a$  e  $n$  da equação potencial da curva-chave visando o seu ajuste pela relação entre o  $h_3$  e o  $Q_3$ , considerando  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  fixos, segundo o traçado inicial executado pelo algoritmo de Johnson (reta entre  $h_1/Q_1$  e  $h_2/Q_2$ ).

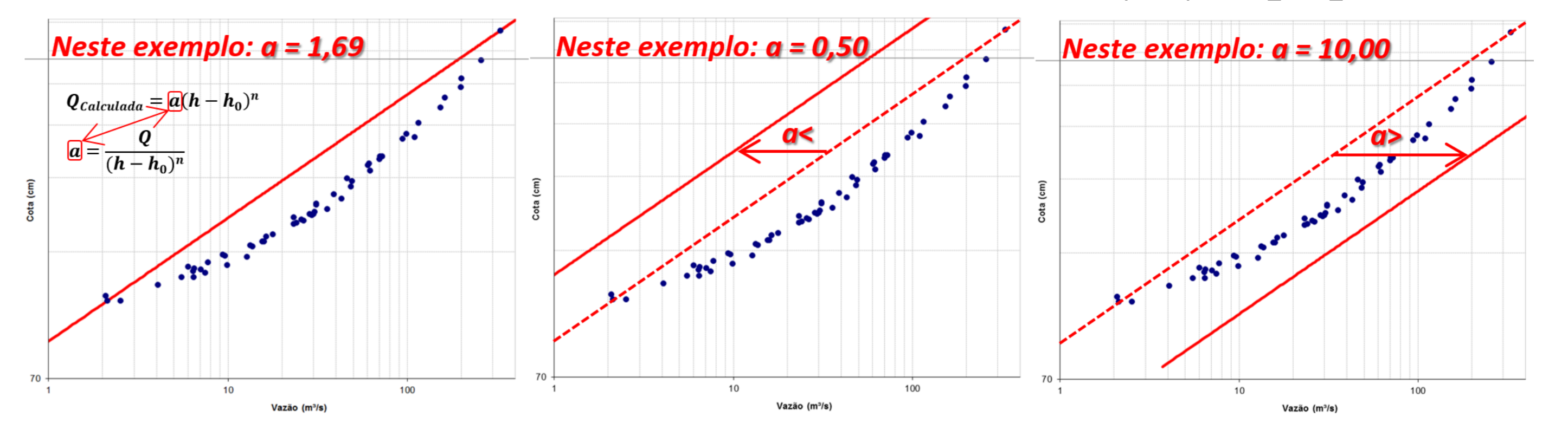


Figura 4. Mostra gráfica do que ocorre quando se altera o coeficiente  $a$  da equação da curva-chave ( $a = x$ ,  $h_0 = 0,00$  e  $n = 3,415$ ), gerada pelo algoritmo de Johnson, considerando o exemplo inicial na Figura 3.

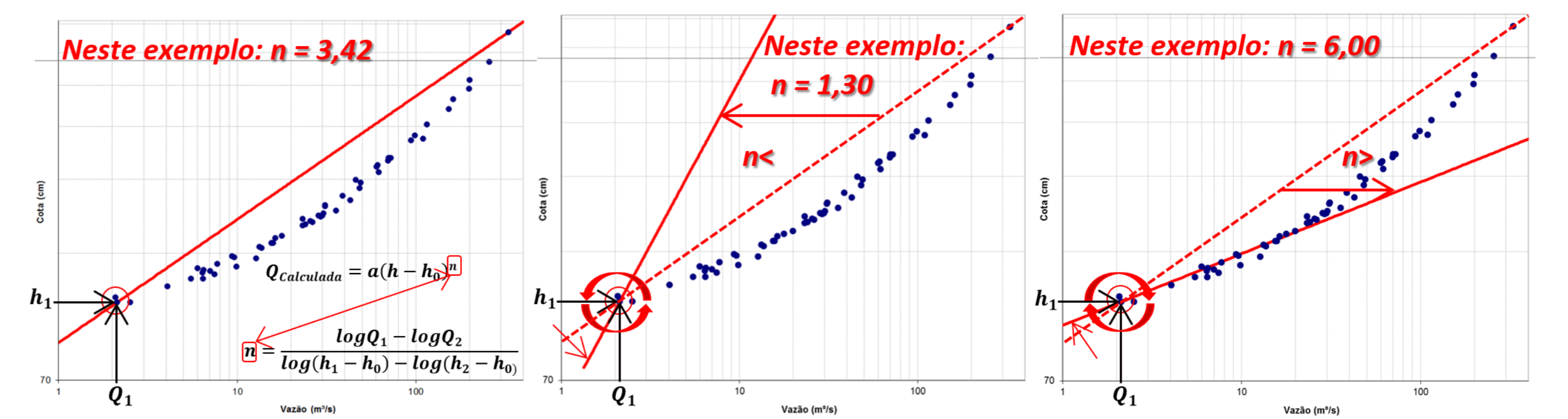


Figura 4. Mostra gráfica do que ocorre quando se altera o coeficiente  $n$  da equação da curva-chave ( $a = x$ ,  $h_0 = 0,00$  e  $n = x$ ), gerada pelo algoritmo de Johnson, considerando o exemplo inicial na Figura 3.

Tabela 1. Análise dos resultados do traçado pelo algoritmo de Johnson e da otimização matemática dos diferentes tramos da curva-chave, com os intervalos de cotas e vazões, e os termos da equação potencial da curva-chave.

	a	$h_0$ (m)	n	$h_1$ (m)	$Q_1$ (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	$h_2$ (m)	$Q_2$ (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	$h_3$ (m)	$Q_3$ (m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> )	Desvio Médio (%) Absoluto	% de Devios Positivos / Negativos	Desvio Médio (%) Absoluto Tramo n	% de Devios Positivos / Negativos Tramo n	Equação da Continuidade (%)
Um Tramo														
Johnson - Único Tramo	1,6877	0,00	3,415	1,07	2,13	4,69	330,50	2,24	26,51	50,63%	3,17%			
PMNL <sup>1</sup>	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
AG <sup>1</sup>	37,8936	0,90	1,626	1,07	2,13	4,69	330,50	1,70	26,51	8,77%	38,10%			
PMNL <sup>2</sup>	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
AG <sup>2</sup>	41,0115	0,93	1,633	1,09	2,12	4,61	345,19	1,70	27,04	7,45%	46,03%			
Dois Tramos														
Johnson - Tramo 1	1,9482	0,05	4,417	1,07	2,13	70,00	1,57	12,20		23,16%	11,11%	28,10%	6,25%	0,03%
Johnson - Tramo 2	7,6577	-0,26	2,354	2,30	70,00	4,69	330,50	3,30	152,10			7,01%	25,00%	
PMNL <sup>3</sup> - Tramo 1	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
PMNL <sup>3</sup> - Tramo 2	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
AG <sup>3</sup> - Tramo 1	35,1654	0,85	1,853	1,07	2,13	70,00	1,42	12,2		7,67%	47,62%	8,70%	43,75%	0,01%
AG <sup>3</sup> - Tramo 2	63,1894	1,22	1,330	2,30	70,00	4,69	330,50	3,16	152,1			4,22%	56,25%	
PMNL <sup>4</sup> - Tramo 1	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
PMNL <sup>4</sup> - Tramo 2	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
AG <sup>4</sup> - Tramo 1	40,8419	0,93	1,626	1,09	2,12	70,44	1,41	12,22		7,38%	44,44%	8,44%	41,67%	0,11%
AG <sup>4</sup> - Tramo 2	67,1760	1,29	1,394	2,33	70,44	4,57	315,73	3,13	149,14			4,02%	50,00%	

<sup>1</sup> Tramo único. Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  fixos, conforme a relação com a medição de vazão na menor e maior cota da série histórica estudada.

<sup>2</sup> Tramo único. Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  fixos, conforme a relação com a medição de vazão na menor e maior cota da série histórica estudada, além da cota intermediária de 2,30 m e a vazão de 70 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> entre os tramos 1 e 2.

<sup>3</sup> Dois Tramos. Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  fixos, para cada um dos dois tramos, conforme a relação com a medição de vazão na menor e maior cota da série histórica estudada, além da cota intermediária de 2,30 m e a vazão de 70 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> entre os tramos 1 e 2.

<sup>4</sup> Dois Tramos - Tramo 1: Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$ , podendo variar de 1,00 a 1,15 cm;  $h_2$ , podendo variar de 2,25 a 2,35 cm;  $Q_1$ , podendo variar de 1,90 a 2,40 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> e  $Q_2$ , podendo variar de 66 a 72 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>.

<sup>5</sup> Dois Tramos - Tramo 2: Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$ , podendo variar de 2,25 a 2,35 cm;  $h_2$ , podendo variar de 4,50 a 4,90 cm;  $Q_1$ , podendo variar de 68 a 72 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> e  $Q_2$ , podendo variar de 320 a 340 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>.

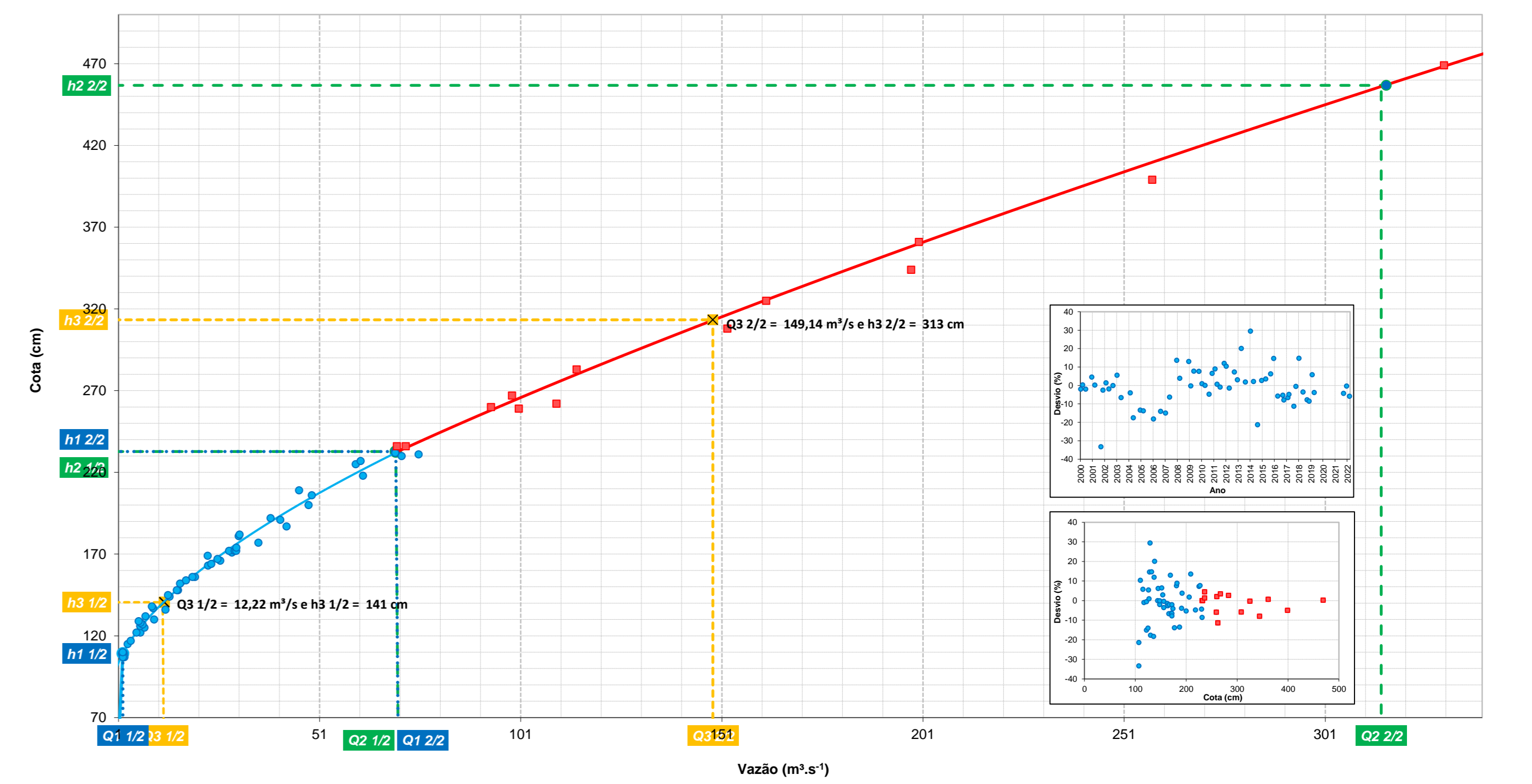
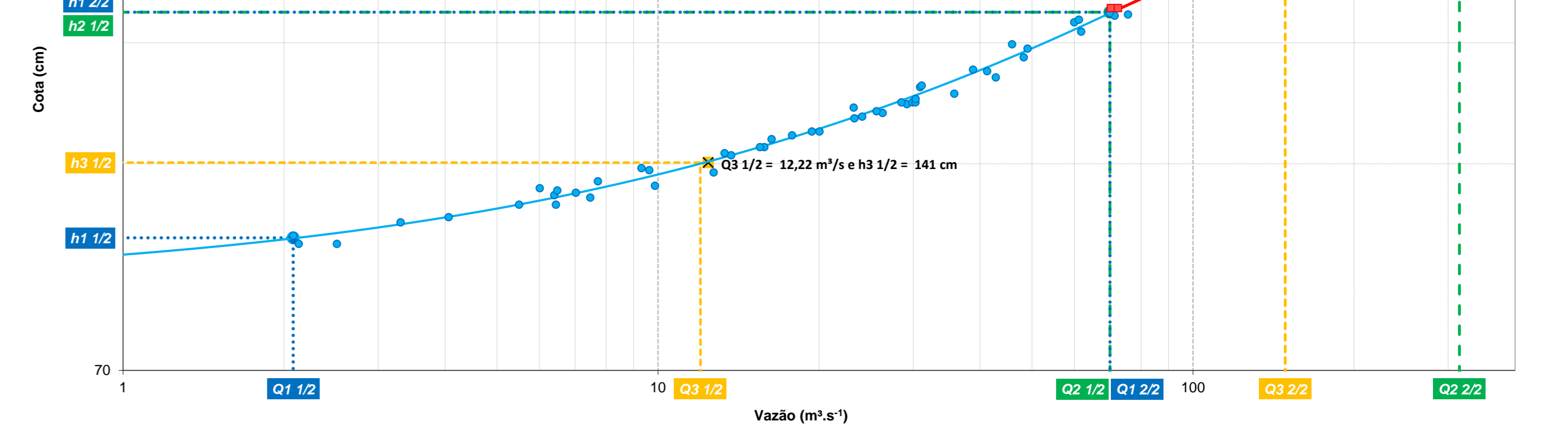


Figura 5. Gráficos da curva-chave, logaritimizado e real, ajustada por otimização matemática, com dois tramos, com o menor somatório de desvio médio entre as vazões medidas em campo e as vazões calculadas pela equação potencial.

## Endereços Eletrônicos Para Baixar Material

